

MODELO DE LOCALIZACIÓN Y RUTEO DE VEHÍCULOS EN DOS FASES PARA EL ABASTECIMIENTO LOGÍSTICO EN EL CAMPO DE BATALLA

Fecha de recepción: 28 de diciembre de 2020

Fecha de aceptación: 29 de febrero de 2021

MAY. Luis San Martín Riveros¹

Resumen: *Las operaciones militares conllevan no solo un esfuerzo asociado a la maniobra de las unidades de combate, sino que también un estrés elevado a las unidades logísticas para satisfacer la demanda de clases logísticas. Este artículo presenta un modelo cuantitativo de optimización para resolver el problema de localización de instalaciones y ruteo de vehículos (VRP) integral en dos fases, con capacidades y bajo diferentes demandas, denominado 2E – CLRP. Los resultados obtenidos son alentadores en comparación con la formulación 2E – CWLPwTr, inclusive si la optimalidad de la solución propuesta no es certificada. Futuras líneas de investigaciones deben ser orientadas a reformulaciones más eficientes, formulaciones con demanda bajo incertidumbre y modelos multi-periodos.*

Palabras Claves: *Logística militar. Optimización entero lineal mixta. Localización de instalaciones. Problema de ruteo de vehículos (VRP). Problema de localización y ruteo de vehículos (LRP).*

MODEL OF LOCATION AND ROUTING OF VEHICLES IN TWO PHASES FOR THE LOGISTICAL SUPPLY IN THE BATTLEFIELD

Abstract: *Military operations involve not only an effort associated with the maneuvering of combat units, but also high stress on logistics units to meet the demand for logistics classes. This article presents a quantitative optimization model to solve the two-echelon location-routing problem under different demands, called 2E - CLRP. The results obtained are encouraging compared to the 2E - CWLPwTr formulation, even if the optimization of the proposed solution is not certified by the solver. Future lines of research should be oriented to more efficient reformulations, formulations with demand under uncertainty and multi-period models.*

Key Words: *military logistics. Mixed integer linear programming. Facility location. Vehicle Routing Problem (VRP). Locating – routing problem (LRP).*

¹ Ingeniero Politécnico Militar en Sistemas de Armas, mención Armamentos de la Academia Politécnica Militar y Magister en Investigación de Operaciones de la Universidad de Edimburgo, Reino Unido. Jefe de Sección en la Dirección de Operaciones del Ejército. Email: luis.sanmartin@ejercito.cl ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1546-265X>

1. INTRODUCCIÓN

La logística militar tiene como propósito sostener las capacidades militares de las unidades que se encuentran empleadas en un determinado teatro de operaciones y que requieren cumplir una misión asignada. Como tal, es una disciplina que puede tener dos enfoques: el primero asociado al proceso de planificación y toma de decisiones; y el segundo relacionado con métodos cuantitativos que permitan configurar soluciones logísticas óptimas, robustas y confiables, aportando así al proceso de toma de decisiones.

En consecuencia, el presente artículo se orientará a plantear, modelar y resolver un problema de optimización que responda al segundo enfoque descrito anteriormente. Se desarrollará un modelo denominado “Problema de Localización y Ruteo de Dos Fases con Capacidades” o 2E-CLRP, como es comúnmente conocido en la comunidad científica por sus siglas en inglés.

El modelo propuesto desarrolla la tercera línea de investigación planteada por San Martín (2020) y que corresponde a una alternativa al modelo 2E-CWLPwTr presentada en dicho artículo. Por lo tanto, este estudio utilizará la misma situación ficticia sobre la cual se desarrolló el modelo 2E-CWLPwTr (San Martín, 2020), a fin de resolver la formulación 2E-CLRP y comparar los resultados entre ellas.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y CONTEXTO

El problema denominado 2E-CLRP tiene como propósito tanto la localización de instalaciones logísticas como la estructuración de circuitos de abastecimiento mediante la formulación del problema de ruteo de vehículos (VRP). La particularidad de este último tipo de problemas es que el abastecimiento se hace por ciclos, visitando a más de un cliente dentro del ciclo, solo que un cliente es visitado una vez por el abastecedor. La diferencia con el modelo 2E-CWLPwTr planteado por San Martín (2020) es que en dicha formulación los ciclos de abastecimiento se materializan mediante viajes de ida y vuelta directos entre las instalaciones logísticas y los clientes (relación uno a uno), sin visitar a otros clientes dentro del mismo trayecto. En la siguiente figura se presenta esquemáticamente la diferencia entre ambas formulaciones.

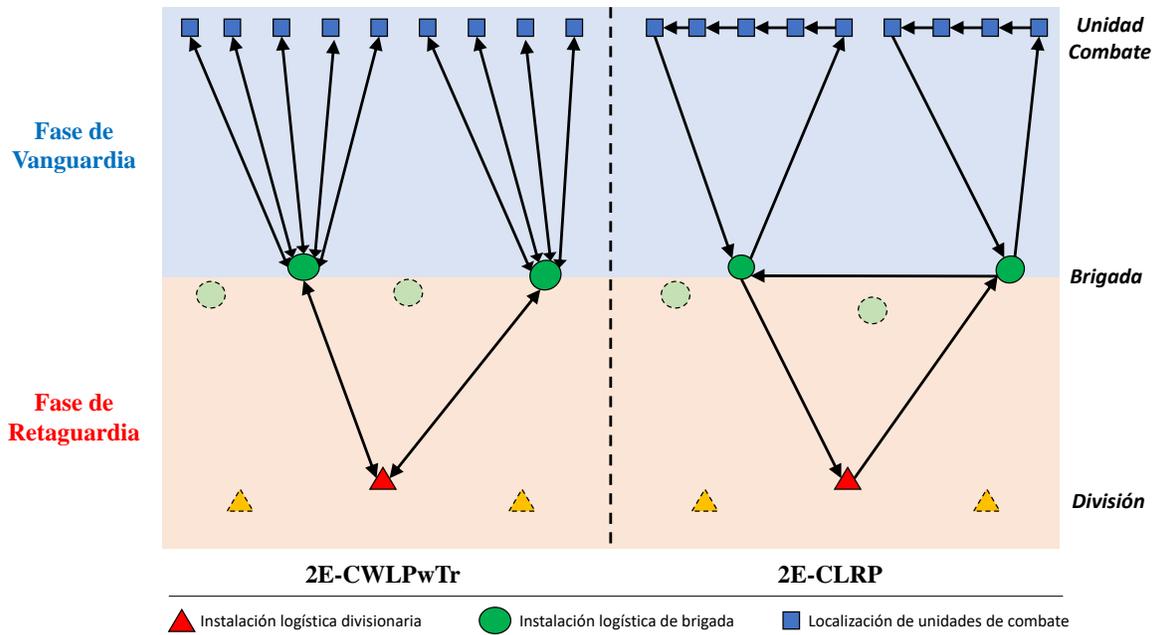


Figura N° 1 “Comparación de formulaciones 2E-CWLPwTr y 2E-CLRP”.

(Fuente: Elaboración propia)

Por lo tanto, el problema a resolver se describe de la siguiente forma: el dispositivo se divide en una fase de retaguardia y otra de vanguardia. La fase de vanguardia integra el primer escalón correspondiente a las unidades de combate y al segundo escalón compuesto por los sitios candidatos para activar una instalación logística de brigada (puesto de transbordo, para este estudio, tanto para brigadas acorazadas como motorizadas). Igualmente, la fase de retaguardia está compuesto por el segundo escalón antes señalado y el tercer escalón correspondiente a los sitios candidatos para activar instalaciones o depósitos generales a nivel división. Finalmente, las unidades de combate tienen requerimientos de diferentes clases logísticas, elementos que son demandados a las unidades logísticas, conforme al nivel de intensidad al que combaten (alto, medio y bajo), siendo determinísticos para esta formulación y que varían según el tipo de unidad de combate.

El propósito es resolver, al costo mínimo, el problema de localización de instalaciones divisionales y de puestos de transbordo, en conjunto con la estructuración de ciclos de abastecimiento, entre las instalaciones divisionales y puestos de transbordo (fase de retaguardia) y entre puestos de transbordo y unidades de combate (fase de vanguardia), mediante una formulación denominada 2E-CLRP. Todo lo anterior, disponiendo de distintos tipos de vehículos y clases logísticas a transportar.

Una vez resuelta la formulación 2E-CLRP, se compararán los resultados para los tres escenarios de combate con la formulación 2E-CWLPwTr, evaluando las ventajas y

desventajas de este tipo de problemas. Para mayores detalles de la descripción del problema, refiérase a (San Martín, 2020).

3. REVISIÓN DE LA LITERATURA

En el campo de la optimización combinatoria, el problema del vendedor viajero (TSP) consiste en un vendedor que está obligado a visitar un número fijo de clientes, desde su instalación base, visitando a cada cliente exactamente una vez y regresando al mismo punto de partida al término del recorrido. Esta secuencia de nodos y arcos conforma un recorrido, que debe materializarse al costo mínimo (Dantzig, Fulkerson, & Johnson, 1954). Este problema se puede resolver mediante un enfoque de programación lineal-entera mixta (MIP) para reducir la magnitud combinatoria de los cálculos que deben realizarse (Dantzig, Fulkerson, & Johnson, 1959) (Miller, Tucker, & Zemlin, 1960).

Una variante del TSP se denomina problema de ruteo de vehículos (Vehicle Routing Problem – VRP), en el que hay más de un solo vendedor (representado por vehículos) y, desde la fuente o instalación base, se pueden ejecutar más de un recorrido, bajo la misma modalidad que el TSP. Esto significa que podrían existir varios TSP combinados en este problema, conservando las principales restricciones del TSP (Semet, Toth, & Vigo, 2015). Una de las versiones más estudiadas de este problema es el VRP con capacidades (CVRP), en el que cada ruta o vehículo tiene una restricción de capacidad.

Además, el VRP con ventanas de tiempo (VRPTW) se puede formular como una extensión del CVRP, incluyéndose intervalos de tiempo de servicio asociado a cada cliente (Desaulniers, Madsen, & Ropke, 2015). En esta formulación, existe la posibilidad de violar las restricciones de tiempo con un costo de penalización asociado.

Periboli et.al. propone un modelo de CVRP de dos escalones. (Periboli, Tadei, & Vigo, 2011), donde se introduce una familia de 2E-VRP, considerando las versiones estándar 2E-VRP y 2E-CVRP. Esta formulación se resuelve mediante un enfoque MIP, incorporando desigualdades válidas y heurística.

Jepsen et.al. desarrolla un algoritmo de ramificación y corte (Jepsen, Spoorendonk, & Ropke, 2013) para el 2E-CVRP simétrico, a fin de resolver este problema mediante un método exacto. Su estrategia se centra en un modelo de flujo de arcos que proviene de una relajación y proporciona un límite inferior válido.

Paralelamente, Baldacci et.al. (2013) propone un algoritmo exacto para el 2E-CVRP, basado en una nueva formulación matemática que descompone este problema en un conjunto restringido de CVRP de varios depósitos. A través de esta nueva formulación, es posible obtener límites inferiores válidos y soluciones exactas para varias instancias.

Los modelos presentados anteriormente consideran que las localizaciones de los candidatos para el depósito general y el puesto de transbordo (intermedio) son fijas y conocidas. Ahora, el interés de este artículo es investigar sobre modelos similares, pero que tengan en cuenta las selecciones de las mejores localizaciones, tanto para los depósitos generales como para los puestos de transbordo, integrado en un solo modelo, junto con las rutas de abastecimiento.

Inicialmente, Perl y Daskin (1985) propusieron un problema de localización y ruteo a través de una formulación MIP. Además, se presenta un enfoque heurístico para resolver esta formulación matemática. Este estudio consideró una localización fija de los depósitos generales y la posibilidad de seleccionar aquellas instalaciones intermedias.

Ambrosino y Scutella (2005) establecen un diseño de red de distribución en el que combinan decisiones sobre la localización de las instalaciones, el almacenamiento, el transporte y la decisión de inventario a través de modelos estáticos y dinámicos. Algunas definiciones de este modelo son una extensión de las formulaciones de Perl y Daskin (1985) y otras se basan en elementos de flujo propuestos.

Boccia et.al. (2010) estudió el 2E-LRP desarrollando una metaheurística para su resolución, donde ahora se toma la decisión sobre el número óptimo de depósitos generales. La solución la proporciona un procedimiento heurístico de búsqueda tabú.

Igualmente, Boccia et.al. (2011) propuso un conjunto de modelos LRP basado en formulaciones MIP usando variables de uno, dos y tres índices. En la misma línea que su trabajo anterior, se toman decisiones sobre las localizaciones de instalaciones, además del diseño de recorridos de enrutamiento para cada camino.

4. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

4.1. Generalidades

El 2E-CLRP es una formulación de un problema de localización de instalaciones (WLP) combinado con un problema de ruteo de vehículos (VRP), en el cual se define la ubicación de instalaciones logísticas y la programación para el abastecimiento logístico deseado. Este problema es de difícil resolución debido a que las decisiones de enrutamiento deben tomarse de acuerdo con la ubicación óptima de instalaciones, que también se define en función del costo mínimo de transporte.

La formulación matemática que se presenta a continuación tiene algunas características particulares que son diferentes del 2E-CWLPwTr. En primer lugar, esta formulación se centra en un enfoque de flujo de nodos, que difiere de la formulación tradicional basada en arcos en la forma en que se definen las variables. En la formulación basada en nodos, la

variable de flujo de elementos, tradicionalmente utilizada en las formulaciones basadas en arcos, se divide en cuatro variables continuas diferentes que indican el flujo de entrada y salida de elementos en cada nodo, según el nodo de la fase analizada.

Además, el proceso de estructuración del circuito de ruteo para el abastecimiento logístico sigue un enfoque CVRP. Adicionalmente, para evitar que un solo vehículo no pueda satisfacer la demanda de un cliente, los planificadores logísticos pueden asimilar cada vehículo del modelo a un convoy. De esta manera, la capacidad del convoy será n veces la capacidad individual del vehículo. Esta simple regla permite a los planificadores tener una forma flexible de estructurar la solución logística sin estar restringida a la capacidad específica de un vehículo.

Hay algunas formulaciones de flujo de nodos, como el modelo presentado por Toyoglu et.al. (2011). Sin embargo, la formulación propuesta en este artículo se destaca principalmente de la anterior en que el número de visitas a los clientes, independientemente de si es un candidato a puesto de transbordo o depósito general divisional, se fija como máximo una vez, lo que significa que un cliente solo puede recibir artículos de un convoy y por la cantidad total de productos que se requirieron. Aunque esta es una característica particular asumida para este estudio, se puede relajar si el planificador logístico o el tomador de decisiones decide hacerlo.

4.2. Formulación 2E-CLRP

El modelo 2E-CLRP es un problema combinado de localización de instalaciones y ruteo de vehículos para el apoyo, mediante dos escalones de apoyo y un escalón operativo. Por un lado, se seleccionan las localizaciones de las instalaciones de la unidad logística de la división y de la brigada (o puestos de trasbordo). Luego, se configuran los viajes en modalidad de circuito, en las fases de vanguardia y retaguardia, a fin de satisfacer la demanda del primer escalón (unidades de combate).

4.2.1. Definición de Conjunto de datos, parámetros y variables de decisión del modelo 2E-CLRP

En las tablas N°1, 2 y 3 se definen los conjuntos de datos, parámetros y variables de decisión del modelo a ser utilizados en la formulación propuesta.

En la tabla de definición de conjuntos, se presentan tanto los conjuntos que permiten identificar los parámetros y variables bajo una numeración determinada y, a base de ellos, ordenar el proceso combinatorio.

Conjuntos	
\mathcal{J}	: Conjunto de todos los nodos de clientes (unidades de combate).
\mathcal{J}	: Conjunto de las posibles localizaciones de puestos de transbordo o instalaciones de brigada.
\mathcal{H}	: Conjunto de las posibles localizaciones de instalaciones divisionales.
\mathcal{F}	: Conjunto de todos los puestos de transbordo y nodos de clientes en la fase de vanguardia.
\mathcal{B}	: Conjunto de todas las instalaciones divisionales y los puestos de transbordo en la fase de retaguardia.
\mathcal{N}	: Conjunto de todos los posibles nodos del sistema (instalaciones divisionales, puestos de transbordo y nodos de clientes o unidades de combate).
\mathcal{K}	: Conjunto de vehículos de la fase de vanguardia.
\mathcal{L}	: Conjunto de vehículos de la fase de retaguardia.
\mathcal{V}	: Conjunto de todos los vehículos utilizados en el sistema.
\mathcal{G}	: Conjunto de las clases logísticas transportadas a los clientes (unidades de combate).

Tabla N° 1 “Conjunto de datos del problema”.

Fuente: elaboración propia

En la tabla de definición de parámetros se presentan todas las constantes numéricas y vectores que se utilizarán más adelante.

Parámetros	
f_j	: Costo fijo de abrir una instalación divisional o puesto de transbordo $\forall i \in \mathcal{B}$.
d_{ij}	: Distancia recorrida entre un nodo “i” y un nodo “j” $\forall (i, j) \in \mathcal{N}$.
t_{ij}	: Tiempo en recorrer entre un nodo “i” y un nodo “j” (división entre distancia y velocidad).
r^{gv}	: Alcance máximo del vehículo $v \in \mathcal{V}$ que transporta un elemento g .
s^v	: Velocidad promedio del vehículo $v \in \mathcal{V}$.
a^{gv}	: Costo de operación del vehículo $v \in \mathcal{V}$ que transporta un elemento g .
V^{gv}	: Capacidad de transporte del vehículo $v \in \mathcal{V}$ que transporta un elemento g .
VT^v	: Capacidad total de transporte del vehículo $v \in \mathcal{V}$ para todos los tipos de elementos.
$(te)_i^g$: Tiempo más temprano en que el cliente “i” puede recibir un elemento g .

Parámetros	
$(tl)_i^g$: Tiempo más tardío en que el cliente “i” puede recibir un elemento g .
$(tm)^g$: Máximo de los tiempos más tardíos en que el cliente “i” puede recibir un elemento g . Se representa por $tm^g = \max_{i \in \mathcal{J}} (tl)_i^g$.
(tm)	: Máximo de todos los tiempos más tardíos en que el cliente “i” puede recibir cualquier elemento g . Se representa por $tm = \max_{g \in \mathcal{G}} (tm^g)$.
Φ^{gv}	: Factor de consumo de combustible de un vehículo $v \in \mathcal{V}$ que transporta un elemento g .
b_i^g	: Demanda esperada del cliente “i” para un elemento g .
ρ	: Número máximo de puestos de transbordo a ser abiertos.
λ	: Número máximo de instalaciones divisionales a ser abiertas.
Q_i^g	: Capacidad máxima de acopio de un elemento g en un sitio $i \in \mathcal{B}$.
pr^v	: Precio, en USD, de un litro de combustible para cada tipo de vehículo, k y l , de acuerdo a las fases de la red logística (vanguardia o retaguardia).

Tabla N° 2 “Parámetros del problema”.

Fuente: elaboración propia

Finalmente, la tabla de variables de decisión muestra todas las variables binarias y continuas que se usarán en el modelo. En esta formulación, las variables continuas no negativas representan una cantidad de elementos que entran y salen de un nodo.

Variables de decisión	
x_{ij}^k	: Variable binaria para decidir si un vehículo k viaja desde un nodo “i” a un nodo “j”, donde $i, j \in \mathcal{F}$.
z_{ij}^l	: Variable binaria para decidir si un vehículo l viaja desde un nodo “i” a un nodo “j”, donde $i, j \in \mathcal{B}$.
u_i^{gv}	: Variable binaria que indica si un elemento g es enviado o traído desde un nodo $i \in \mathcal{F}$ por un vehículo $v \in \mathcal{V}$.
y_i	: Variable binaria que define si un sitio de transbordo o una instalación divisionaria es abierta, donde $i \in \mathcal{B}$.
$(wo)_h^{gl}$: Variable continua que indica la cantidad de un elemento g que es transportado por un vehículo $l \in \mathcal{L}$ desde la instalación divisionaria $h \in \mathcal{H}$.
$(fi)_j^{gl}$: Variable continua que indica la cantidad de un elemento g que es transportado por un vehículo $l \in \mathcal{L}$ a un puesto de transbordo $j \in \mathcal{J}$ (entrada al puesto).

Variables de decisión	
$(fo)_j^{gk}$: Variable continua que indica la cantidad de un elemento g que es transportado por un vehículo $k \in \mathcal{K}$ desde un puesto de transbordo $j \in \mathcal{J}$ (salida del puesto).
$(ci)_i^{gk}$: Variable continua que indica la cantidad de un elemento g que es transportado por un vehículo $k \in \mathcal{K}$ a un cliente $i \in \mathcal{I}$ (entrada al cliente).
$(tg)_i^g$: Variable continua que señala la hora de arribo de un elemento g a un nodo $i \in \mathcal{N}$.
$(tv)_i^v$: Variable continua que señala la hora de arribo de un vehículo $v \in \mathcal{V}$ a un nodo $i \in \mathcal{N}$.

Tabla N° 3 “Variables de decisión”.

Fuente: elaboración propia

4.2.2. Definición de restricciones de la formulación 2E-CLRP

Las restricciones N°1 y 2 establecen el número máximo de instalaciones que se pueden activar, ya sean depósitos generales o puestos de transbordo. Esta desigualdad se puede transformar en igualdad de tal manera que los planificadores logísticos puedan seleccionar con exactitud el número deseado de instalaciones.

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} y_j \leq \rho$$

Ecuación N° 1

$$\sum_{h \in \mathcal{H}} v_h \leq \lambda$$

Ecuación N° 2

Las restricciones N°3 y 4 determinan que un destino, ya sea un puesto de transbordo o una unidad de combate, solo puede ser visitado una vez. Esto permite a los planificadores controlar el flujo de vehículos que se dirige a los diferentes sitios y generar una solución más sencilla al problema logístico. Si el tomador de decisiones opta por liberar el número de entradas a las distintas instalaciones, esta restricción debe eliminarse o modificarse, según el propósito y la orientación final.

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{B} \\ i \neq j}} \sum_{l \in \mathcal{L}} z_{ij}^l \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}$$

Ecuación N° 3

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{F} \\ i \neq j}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{ij}^k \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}$$

Ecuación N° 4

La restricción N°5 establece que el número de cada elemento (por clase logística) que recibe una unidad de combate debe ser igual a su demanda. Asimismo, los planificadores pueden relajar esta restricción para recibir más artículos, en caso de que pretendan

almacenar algunas cantidades por emergencia o realizar el recorrido incluso si no es posible satisfacer la demanda total del cliente (no permitido en esta formulación).

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (ci)_i^{gk} = b_i^g \quad \forall i \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 5

Las restricciones N°6 y 7 aseguran que la carga completa que sale de un sitio se entrega en el destino final. Por lo tanto, el número total de artículos que se cargaron en camiones en un almacén determinado se coloca en uno o más puntos de transbordo, y así sucesivamente. Permite que el sistema no genere sobrecargas en los vehículos y evite viajes innecesarios.

$$\sum_{h \in \mathcal{H}} (wo)_h^{gl} = \sum_{j \in \mathcal{J}} (fi)_j^{gl} \quad \forall l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 6

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} (fo)_j^{gk} = \sum_{i \in \mathcal{J}} (ci)_i^{gk} \quad \forall k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 7

La restricción N°8 señala que el número total de artículos que ingresan a un puesto de transbordo deben salir posteriormente. Significa que este modelo no permite el almacenamiento de artículos.

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} (fi)_j^{gl} = \sum_{k \in \mathcal{K}} (fo)_j^{gk} \quad \forall j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 8

Las restricciones N°9 y 10 permiten que los vehículos abandonen un nodo como máximo una vez. A través de esta restricción, es posible evitar que un vehículo realice más de un recorrido en caso de que sea más económico y que tenga más capacidad de transporte que otros vehículos.

$$\sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{j \in \mathcal{J}} z_{hj}^l \leq 1 \quad \forall l \in \mathcal{L}$$

Ecuación N° 9

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{i \in \mathcal{J}} x_{ji}^k \leq 1 \quad \forall k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 10

Las restricciones N°11 y 12 establecen que cada vehículo debe regresar al sitio que dejó al iniciar un recorrido. Esta restricción es especialmente útil si los planificadores no quieren mezclar los diferentes vehículos. De lo contrario, es posible relajarlo y permitir que los camiones regresen al sitio más cercano.

$$\sum_{j \in J} z_{jh}^l = \sum_{j \in J} z_{hj}^l \quad \forall h \in \mathcal{H}, l \in \mathcal{L}$$

Ecuación N° 11

$$\sum_{i \in J} x_{ji}^k = \sum_{i \in J} x_{ij}^k \quad \forall j \in J, k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 12

Las restricciones N°13 y 14 ordenan a cada vehículo que abandone el nodo en el que previamente entró. En caso de que los planificadores requieran que los vehículos permanezcan en el lugar donde descargaron toda su carga, también se puede relajar la restricción.

$$\sum_{\substack{b \in \mathcal{B} \\ b \neq j}} z_{bj}^l = \sum_{\substack{b \in \mathcal{B} \\ b \neq j}} z_{jb}^l \quad \forall j \in J, l \in \mathcal{L}$$

Ecuación N° 13

$$\sum_{\substack{f \in \mathcal{F} \\ f \neq i}} x_{fi}^k = \sum_{\substack{f \in \mathcal{F} \\ f \neq i}} x_{if}^k \quad \forall i \in J, k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 14

Las restricciones N°15, 16, 17 y 18 muestran que el flujo de un nodo a otro existirá solo si este flujo es menor o igual a la capacidad de destino. Además, si el sitio no se activa, no existirá algún flujo posible. Esto es válido para las restricciones N°15 y 17. Para las restricciones N°16 y 18, se asegura que habrá flujo desde un sitio activo incluso si es demasiado costoso. Permite evitar que se active un sitio, pero no se asigne flujo alguno.

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} (wo)_h^{gl} \leq Q_h^g y_h \quad \forall h \in \mathcal{H}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 15

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} (wo)_h^{gl} \geq y_h \quad \forall h \in \mathcal{H}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 16

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (fo)_j^{gk} \leq Q_j^g y_j \quad \forall j \in J, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 17

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (fo)_j^{gk} \geq y_j \quad \forall j \in J, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 18

Las restricciones N°19 y 20 establecen que no se permitirá ningún recorrido si no se respeta la capacidad del vehículo. Evita que un vehículo se cargue con más elementos de los que puede. Esta restricción se refiere a la capacidad específica que tiene un vehículo para transportar un elemento. Por ejemplo, un vehículo puede transportar, como máximo, un número “a” de artículos de tipo “A”, pero podría tener más disponibilidad para otros tipos de artículos.

$$\sum_{j \in J} (fi)_j^{gl} = V^{gl} \cdot \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{j \in J} z_{hj}^l \quad \forall l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G} \quad \sum_{i \in J} (ci)_i^{gk} = V^{gk} \cdot \sum_{j \in J} \sum_{i \in J} x_{ji}^k \quad \forall k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 19**Ecuación N° 20**

Las restricciones N°21 y 22 son similares a la N°19 y 20, pero se refieren a la capacidad total que tiene un vehículo. Significa que no se puede exceder la capacidad total del vehículo o convoy para transportar todo tipo de artículos.

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{h \in \mathcal{H}} (wo)_h^{gl} = VT^l \cdot \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{j \in \mathcal{J}} z_{hj}^l \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{J}} (fo)_j^{gk} = VT^k \cdot \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{i \in \mathcal{I}} x_{ji}^k \quad \forall k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 21

Ecuación N° 22

Las restricciones N°23, 24, 25 y 26 aseguran que existirá un flujo si y solo si existe disponible un vehículo que pueda transportar los elementos demandados. De lo contrario, no es posible enviar un vehículo ni generar flujo desde o hacia un nodo en particular. Por lo tanto, establece que, si no se asigna un vehículo, es imposible tener flujo.

$$(wo)_h^{gl} \leq V^{gl} \cdot \sum_{j \in \mathcal{J}} z_{hj}^l \quad \forall h \in \mathcal{H}, l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G} \quad (fi)_j^{gl} \leq V^{gl} \cdot \sum_{\substack{b \in \mathcal{B} \\ b \neq j}} z_{bj}^l \quad \forall j \in \mathcal{J}, l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 23

Ecuación N° 24

$$(fo)_j^{gk} \leq V^{gk} \cdot \sum_{i \in \mathcal{I}} x_{ji}^k \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G} \quad (ci)_i^{gk} \leq V^{gk} \cdot \sum_{\substack{f \in \mathcal{F} \\ f \neq i}} x_{fi}^k \quad \forall i \in \mathcal{I}, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 25

Ecuación N° 26

Las restricciones N°27, 28 y 29 establecen que existirá flujo si y solo si la variable binaria $u_i^{gv} \forall g \in \mathcal{G}, v \in \mathcal{V}, i \in \mathcal{F}$ es igual a uno. Esta variable permite que el modelo active el flujo desde o hacia un nodo.

$$u_j^{gl} \leq (fi)_j^{gl} \quad \forall j \in \mathcal{J}, l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G} \quad u_j^{gk} \leq (fo)_j^{gk} \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 27

Ecuación N° 28

$$u_i^{gk} \leq (ci)_i^{gk} \quad \forall i \in \mathcal{I}, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 29

Las restricciones N°30, 31 y 32 son complementarias a las restricciones anteriores en el sentido de que, además, habrá flujo si y solo si existe suficiente capacidad de transporte en los camiones.

$$(fi)_j^{gl} \leq V^{gl} \cdot u_j^{gl} \quad \forall j \in J, l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G} \quad (fo)_j^{gk} \leq V^{gk} \cdot u_j^{gk} \quad \forall j \in J, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 30**Ecuación N° 31**

$$(ci)_i^{gk} \leq V^{gk} \cdot u_i^{gk} \quad \forall i \in J, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 32

Las restricciones N°33 y 34 determinan la limitante de tiempo que existe para suministrar un elemento a un cliente. Así, relacionan el tiempo de entrega más temprano posible $(te)_i^g$ con el tiempo de entrega actual o estimado $(tg)_i^g$ y este último con el tiempo de entrega más tardío $(tl)_i^g$.

$$(te)_i^g \leq (tg)_i^g \quad \forall i \in J, g \in \mathcal{G}$$

$$(tg)_i^g \leq (tl)_i^g \quad \forall i \in J, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 33**Ecuación N° 34**

Las restricciones N°35, 36, 37 y 38 corresponden a las restricciones de eliminación de subciclos.

$$(tv)_h^l + z_{hj}^l \cdot \frac{d_{hj}}{s^l} - (tm) \cdot (1 - z_{hj}^l) \leq (tv)_j^l \quad \forall j \in J, h \in \mathcal{H}, l \in \mathcal{L}$$

Ecuación N° 35

$$(tv)_i^l + z_{ij}^l \cdot \frac{d_{ij}}{s^l} - (tm) \cdot (1 - z_{ij}^l) \leq (tv)_j^l \quad \forall i, j \in J | i \neq j, l \in \mathcal{L}$$

Ecuación N° 36

$$(tv)_i^k + x_{ji}^k \cdot \frac{d_{ji}}{s^k} - (tm) \cdot (1 - x_{ji}^k) \leq (tv)_i^k \quad \forall i \in I, j \in J, k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 37

$$(tv)_i^k + x_{ij}^k \cdot \frac{d_{ij}}{s^k} - (tm) \cdot (1 - x_{ij}^k) \leq (tv)_j^k \quad \forall i, j \in I | i \neq j, k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 38

La restricción N°39 obliga a que la hora de llegada de un tipo de artículo $(tg)_j^g$ sea la misma que la hora de llegada del vehículo a ese nodo $(tv)_j^k$. Luego, permite mantener la sincronización entre la entrega del producto y los tiempos de viaje del vehículo. Además, restringe que la entrega del artículo se ejecute no más allá que el tiempo máximo permitido $(tm)^g$ en el que un cliente puede recibir productos.

$$(tg)_j^g - (tm)^g \cdot (1 - u_j^{gk}) \leq (tv)_j^k \quad \forall j \in J, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 39

De manera similar a la restricción N°39, las restricciones N°40 y 41 establecen que los tiempos de llegada de los vehículos (tv) deben ser los mismos que aquel de los productos (tg). Por lo tanto, si hay flujo a través de ese nodo, los tiempos serán los mismos. De lo contrario, la desigualdad se mantiene y no hay tiempo compartido.

$$(tv)_j^g - (tm)^g \cdot (1 - u_j^{gl}) \leq (tg)_j^g \quad \forall j \in J, l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 40

$$(tv)_i^g - (tm)^g \cdot (1 - u_i^{gk}) \leq (tg)_i^g \quad \forall i \in I, k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 41

Las restricciones N°42, 43, 44 y 45 están relacionadas con desigualdades válidas que se pueden implementar para facilitar la convergencia y el desempeño de esta formulación. Estas restricciones establecen que no es posible realizar un viaje si no hay flujo. Significa que un vehículo debe abandonar un nodo ya ocupado habiendo entregado los elementos transportados. De lo contrario, no habrá vehículo y flujo disponibles. Por ejemplo, si la salida del puesto de transbordo es igual a cero, la única posibilidad que tiene la variable x es tomar el valor cero, por lo que no habrá vehículo asignado a la ruta.

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} z_{hj}^l \leq \sum_{g \in \mathcal{G}} (wo)_h^{gl} \quad \forall h \in \mathcal{H}, l \in \mathcal{L}$$

$$\sum_{i \in I} x_{ji}^k \leq \sum_{g \in \mathcal{G}} (fo)_j^{gk} \quad \forall j \in J, k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 42

$$\sum_{\substack{b \in \mathcal{B} \\ b \neq j}} z_{bj}^l \leq \sum_{g \in \mathcal{G}} (fi)_j^{gl} \quad \forall j \in J, l \in \mathcal{L}$$

Ecuación N° 43

$$\sum_{\substack{f \in \mathcal{F} \\ f \neq i}} x_{fi}^k \leq \sum_{g \in \mathcal{G}} (ci)_i^{gk} \quad \forall i \in I, k \in \mathcal{K}$$

Ecuación N° 44

Ecuación N° 45

Las ecuaciones N°46 y 47 presentan las restricciones de rango, que limitan la duración de cada recorrido a la capacidad máxima del vehículo. Significa que cada convoy tendrá un alcance máximo, basado en el alcance mínimo de los vehículos que lo componen.

$$\sum_{i \in B} \sum_{j \in B} d_{ij} z_{ij}^l \leq r^{gl} \quad \forall l \in \mathcal{L}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 46

$$\sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{j \in \mathcal{F}} d_{ij} x_{ij}^k \leq r^{gk} \quad \forall k \in \mathcal{K}, g \in \mathcal{G}$$

Ecuación N° 47

4.2.3. Definición de la función objetivo 2E-CLRP.

La ecuación N°48 corresponde a la función objetivo a minimizar en esta formulación. La primera parte busca cuantificar el costo fijo que existe cuando se activa un puesto de transbordo e instalación divisionaria. La segunda y tercera parte de la ecuación establecen que si hay un vehículo que se asigna a una ruta, existirá un costo operativo y este costo se cuantifica tanto para las fases de retaguardia como de vanguardia. Finalmente, la cuarta y quinta parte miden el costo de viaje entre nodos también para las fases de retaguardia como de vanguardia.

$$\begin{aligned} \min_{x,y,z} \sum_{b \in B} f_b \cdot y_b + \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{l \in \mathcal{L}} z_{hj}^l \cdot a^{gl} + \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{k \in \mathcal{K}} x_{ji}^k \cdot a^{gk} \\ + \sum_{i \in B} \sum_{j \in B} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{g \in \mathcal{G}} z_{ij}^l \cdot \phi^{gl} \cdot d_{ij} \cdot pr^l + \sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{j \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{g \in \mathcal{G}} x_{ij}^k \cdot \phi^{gk} \cdot d_{ij} \cdot pr^k \end{aligned}$$

Ecuación N° 48

5. EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

La formulación matemática 2E-CLRP fue modelada y resuelta computacionalmente con FICO Xpress IVE 8.11 y el “solver” Xpress, mediante una licencia académica. Igualmente, se utilizó un computador con un procesador Intel Core i5 de 2.6 GHz, 8 GB de memoria RAM y disco duro de estado sólido de 480 GB (SSD).

5.1. Experimentos

Los datos utilizados en la experimentación son los mismos empleados en el modelo 2E-CWLPwTr desarrollado por San Martín (2020), agregándose los siguientes valores de parámetros:

Valores de los parámetros utilizados											
VT^f	:	200	VT^m	:	100	$(te)_i^g$:	1	$(tl)_i^g$:	48
		toneladas			toneladas			hora			horas

Tabla N° 4 “Parámetros adicionales a la formulación 2E-CLRP”.

Fuente: Elaboración propia.

La situación evaluada se basa en un despliegue ficticio en la Región de Antofagasta, 20 km al Este de la ciudad de Antofagasta, en una zona de 170 km de ancho y 220 km de

profundidad, con sentido de apoyo desde el Norte al Sur. En dicho sector, se despliegan 15 unidades de combate, unidades fundamentales independientes y secciones las que se encuentran encuadradas en una brigada acorazada y una brigada motorizada. Por lo tanto, la división a la que pertenecen ambas brigadas tiene tres sitios posibles (candidatos) en los cuales localizar sus instalaciones. Igualmente, se han identificado cuatro sitios candidatos para activar los puestos de transbordo, en este caso, coordinado por cada brigada y, en los cuales, la división abastecerá a las unidades de combate.

La asignación numérica de los sitios candidatos a instalaciones divisionarias y puestos de transbordo, así como de las unidades de combate desplegadas en el terreno se presenta a continuación:

Instalaciones Divisionarias (Sitio)		Puestos de Transbordo (PT)	
Número de Unidad	Tipo de Unidad	Número de Unidad	Tipo de Unidad
1	Sitio Candidato 1	4	PT Candidato 1
2	Sitio Candidato 2	5	PT Candidato 2
3	Sitio Candidato 3	6	PT Candidato 3
		7	PT Candidato 4

Tabla N° 5 “Asignación numérica a las instalaciones logísticas divisionarias y puestos de transbordo”.

Fuente: Elaboración propia.

Brigada Acorazada		Brigada Motorizada	
N° de Unidad	Tipo de Unidad	N° de Unidad	Tipo de Unidad
8	Pelotón de Telecomunicaciones	16	Grupo de Artillería
9	Batallón de Infantería	17	HQ de Brigada
10	Grupo de Artillería	18	Batallón de Infantería
11	Compañía de Ingenieros	19	Compañía Logística
12	Compañía Logística	20	Grupo de Tanques
13	HQ de Brigada	21	Compañía de Ingenieros
14	Grupo de Tanques	22	Pelotón de Telecomunicaciones
15	Batallón de Infantería		

Tabla N° 6 “Asignación numérica a las unidades desplegadas”.

Fuente: Elaboración propia.

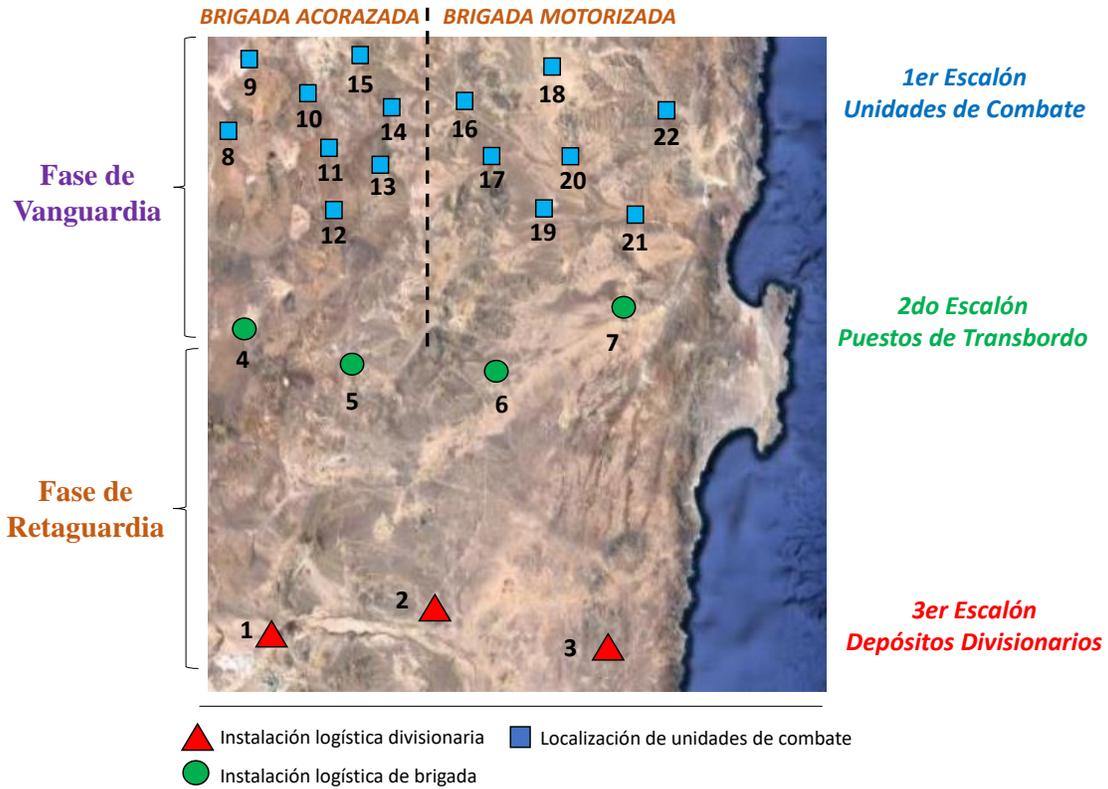


Figura N° 2 “Distribución geográficas de las unidades”.
(Fuente: Google Maps – Elaboración propia)

5.2. Resultados del modelo 2E-CLRP

Los resultados para los tres escenarios utilizados en este estudio se presentan en la tabla N°7 para la demanda de alta intensidad, en la tabla N°8 para demanda de intensidad media y en la tabla N°9 para demanda de baja intensidad. Además, en la tabla N°10 se presentan los costos totales, fijos y de transporte.

Retaguardia			Número de Camiones			
Origen	Circuito	Distancia (km)	Munición	Agua	Raciones	Combustible
2	4	230	3	1	1	3
	5	166	2	1	1	3
	7	234	4	2	1	4
Vanguardia			Número de Camiones			
Origen	Circuito	Distancia (km)	Munición	Agua	Raciones	Combustible
4	14 – 12	193	7	2	2	6
	8 – 9 – 13	196	6	2	2	5
5	15 – 10 – 11	177	8	3	2	7
7	17 – 16 – 20	152	6	3	2	6
	21 – 22 – 18 – 19	195	6	2	2	4

Tabla N° 7 “Resultados en escenario de alta intensidad”.

Fuente: Elaboración propia.

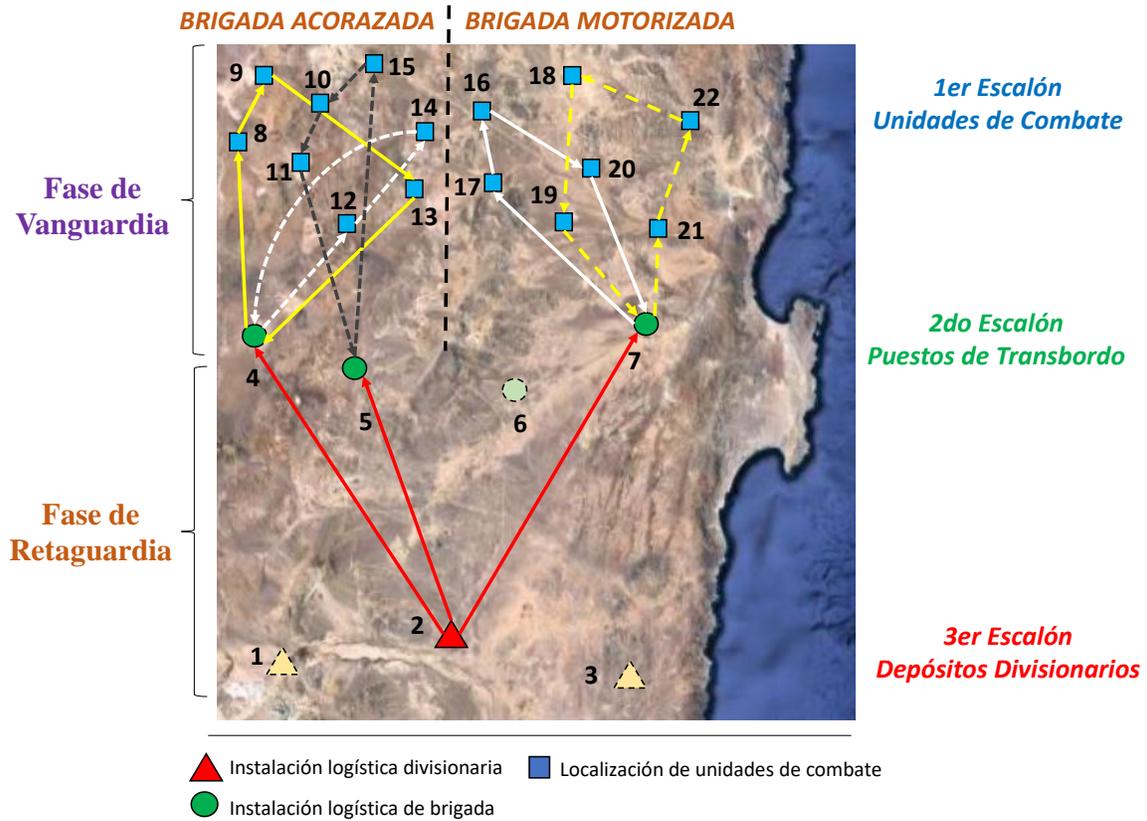


Figura N° 3 “Solución logística para demanda de alta intensidad”.
(Fuente: Google Maps – Elaboración propia)

Retaguardia			Número de Camiones			
Origen	Circuito	Distancia (km)	Munición	Agua	Raciones	Combustible
2	4	230	4	2	1	4
	7	234	3	2	1	3

Vanguardia			Número de Camiones			
Origen	Circuito	Distancia (km)	Munición	Agua	Raciones	Combustible
4	13 – 14 – 9 – 8	224	8	3	2	6
	10 – 11 – 15 – 12	158	6	3	2	6
7	17 – 16 – 20	119	3	2	2	4
	21 – 22 – 18 – 19	199	8	3	2	4

Tabla N° 8 “Resultados en escenario de media intensidad”.
Fuente: Elaboración propia.

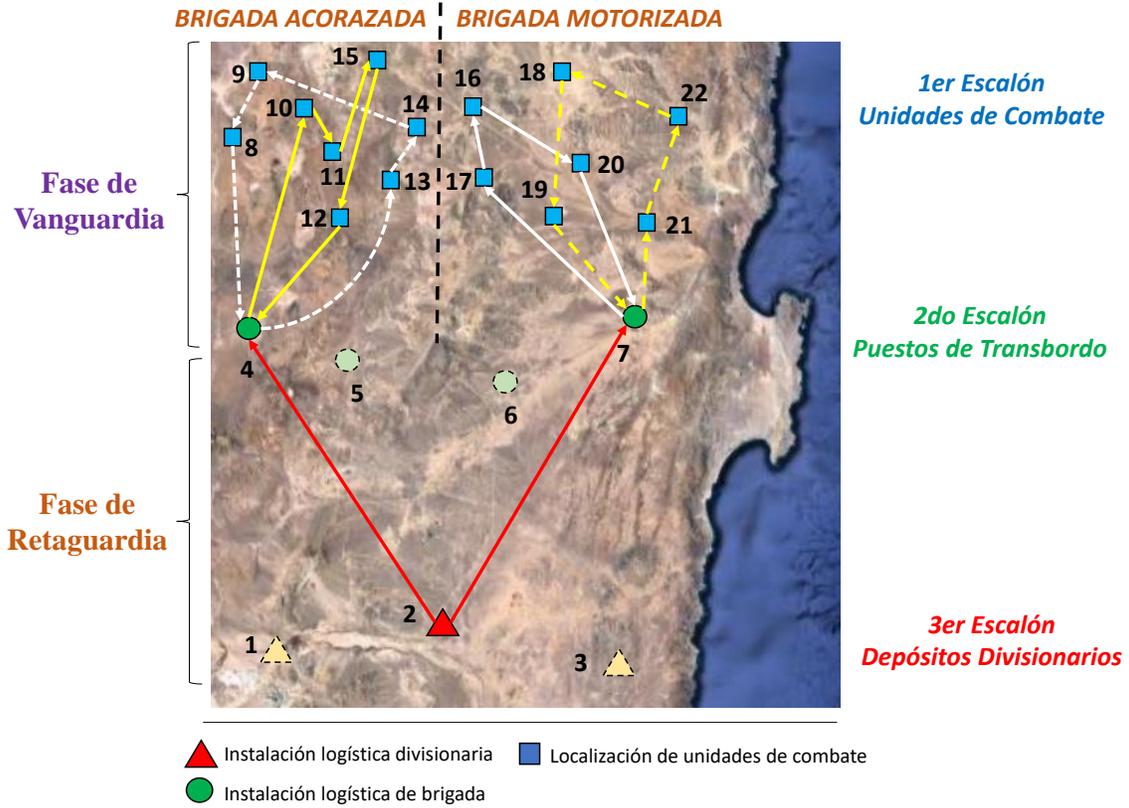


Figura N° 4 “Solución logística para demanda de media intensidad”.
(Fuente: Google Maps – Elaboración propia)

Retaguardia			Número de Camiones			
Origen	Circuito	Distancia (km)	Munición	Agua	Raciones	Combustible
2	4	230	2	2	1	2
	7	234	2	2	1	2

Vanguardia			Número de Camiones			
Origen	Circuito	Distancia (km)	Munición	Agua	Raciones	Combustible
4	11 – 10 – 9 – 8	185	4	3	2	2
	14 – 15 – 13 – 12	195	3	3	2	3
7	19 – 17 – 16 – 18	169	4	3	2	2
	21 – 22 – 20	199	2	2	2	2

Tabla N° 9 “Resultados en escenario de intensidad baja”.
Fuente: Elaboración propia.

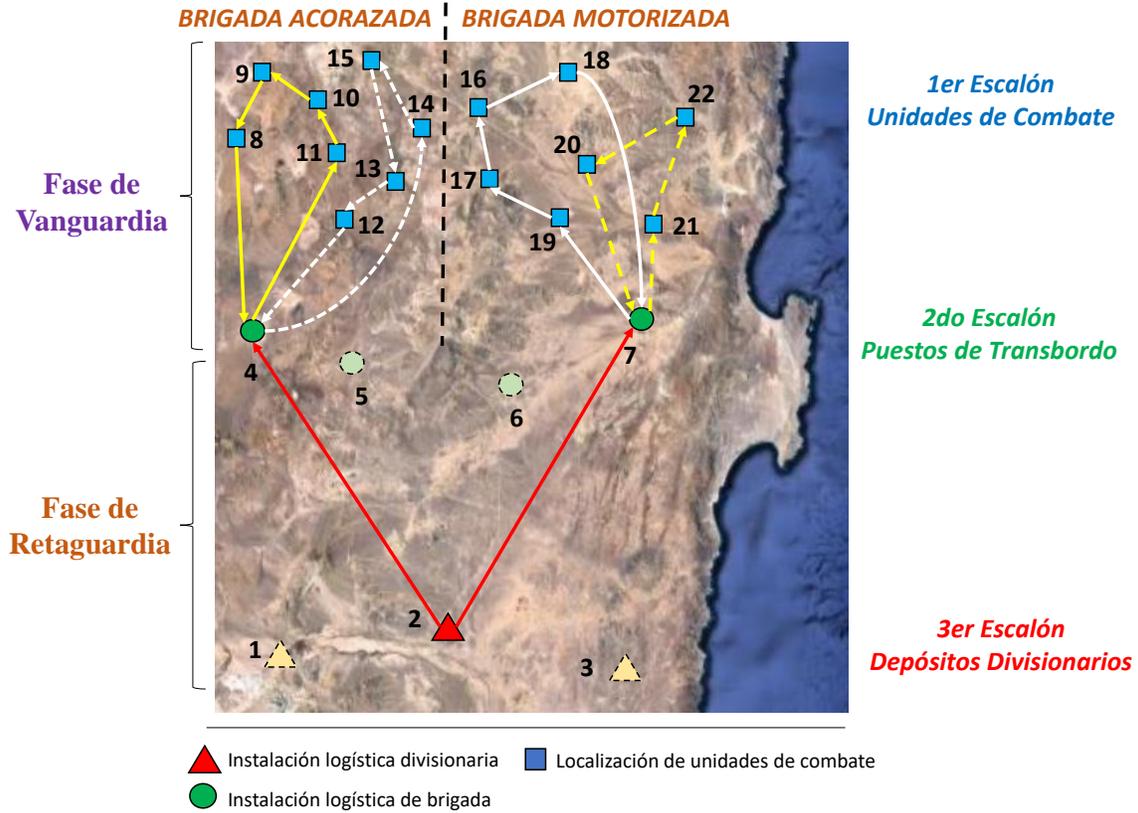


Figura N° 5 “Solución logística para demanda de baja intensidad”.
(Fuente: Google Maps – Elaboración propia)

A partir de los resultados de los modelos de 2E – CLRP se puede observar que el escenario de alta intensidad, el cual requiere una mayor cantidad de clases logísticas para las unidades de combate, fuerza al modelo a la apertura de tres puestos de transbordo, debido a que la demanda es muy alta y hay una disponibilidad limitada de vehículos y tiempos para realizar los recorridos.

Intensidad de Demanda vs Costo (M USD)			
Costo	Alta (A)	Media (M)	Baja (B)
Fijo	498	482	482
Transporte	4.348	3.468	1.953
Total	4.846	3.950	2.435

Tabla N° 10 “Costos de abastecimiento en diversos escenarios”.
Fuente: Elaboración propia.

En la tabla N°11, se presenta la brecha de optimalidad obtenida en tres periodos de tiempo utilizados para la resolución del modelo. A base de estos resultados, se podría concluir inicialmente que no se alcanzó la solución óptima. Sin embargo, dicho resultado

debe ser interpretado como la imposibilidad del “Solver” de garantizar que la solución lineal – entera mixta (MIP) propuesta sea la óptima, pues no se produjo una convergencia entre la relajación lineal y la solución entera encontrada.

Tiempo de ejecución vs Brecha de optimalidad (%)			
Demanda	15 min	60 min	120 min
Alta	24,79	19,61	18,91
Media	10,51	9,51	9,11
Baja	11,97	9,85	9,65

Tabla N° 11 “Brecha de optimalidad asociada a los escenarios”.

Fuente: Elaboración propia.

Por último, en la tabla N°12, se presenta la comparación entre los resultados de la formulación 2E – CWLPwTr, propuesta por (San Martín, 2020) y la formulación 2E – CLRP desarrollada y expuesta en este artículo. Es destacable que, incluso sin haberse garantizado la obtención de la solución óptima, el porcentaje de mejora entre ambas formulaciones, medida como recursos ahorrados, es notoria. Lo anterior, implica que la formulación 2E – CLRP permite un uso más eficiente de los recursos disponibles, siempre y cuando la situación táctica lo permita.

Demanda	2E – CWLPwTr (M USD)	2E – LRP (M USD)	Mejora (%)
Alta	6.380,12	4.845,99	24,05
Media	5.410,4	3.950,14	26,99
Baja	3.919,16	2.434,61	37,88

Tabla N° 12 “Comparación de resultados entre modelo 2E – CWLPwTr y 2E – CLRP”.

Fuente: Elaboración propia.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

6.1. Conclusiones

La formulación 2E-CLRP tiene como propósito tanto la localización de instalaciones logísticas (WLP) como la estructuración de circuitos de abastecimiento mediante la formulación de ruteo de vehículos (VRP), lo cual demostró ser más eficiente, desde la perspectiva del uso de los recursos, que la formulación 2E – CWLPwTr.

La formulación presentada tiene la debilidad que no garantiza que la solución encontrada sea la óptima para instancias de mediano tamaño, en tiempos menores a dos

horas, lo que puede ser mejorado con una mejor formulación o el uso de heurísticas que permitan encontrar una solución inicial de calidad y descartar soluciones no factibles que sean exploradas inútilmente.

La flexibilidad de las formulaciones para el problema combinado de localización de instalaciones y ruteo de vehículos permite que el asesor logístico pueda variar las restricciones y su función objetivo, incorporando nuevas necesidades o reorientando aquellas modeladas, de manera simple, lo que incluso le puede permitir combinar distintos tipos de problemas.

Finalmente, en caso de utilizarse una formulación que, por su tamaño y estructura, no garantice saber si la solución factible obtenida es la óptima, en el tiempo requerido, se podrá agregar una condición de término del proceso computacional en un tiempo dado, utilizando la solución obtenida hasta ese momento. Si bien, no es el curso de acción más adecuado, constituye una alternativa simple que puede ser implementada si es que no se ha reformulado este problema.

6.2. Futuras líneas de trabajo

La primera línea de investigación a explorar es una formulación del problema en el que algunos parámetros estén sujetos a incertidumbre, sea bajo una modalidad estocástica o robusta. Esta variación le brindará al modelo una mayor capacidad de entregar soluciones que se adapten de mejor forma a la realidad. Los modelos bajo incertidumbre son aplicables tanto al modelo 2E – CLRP como al 2E – CWLPwTr.

La segunda línea de investigación corresponde a la reformulación del problema, de manera tal que la convergencia a la solución óptima, y su comprobación, sea más rápida de lo que actualmente es. Lo anterior es relevante debido a que una formulación 2E – CLRP con medidas de incertidumbre, por ejemplo, estocástica basada en escenarios, se volvería aún más “pesada”, desde el punto de vista de la complejidad de resolución, convergiendo aún más lento.

La tercera línea de investigación corresponde a la necesidad de combinar el problema de localización y ruteo de vehículos con el problema de gestión de inventarios. Tal como se plantea en la segunda línea de investigación, es necesario, junto con la inclusión de este problema, realizar la reformulación del problema para hacer más eficiente la solución del problema.

Finalmente, la cuarta línea de investigación se relaciona con la implementación de una formulación multi – periodo, que evalúe la solución logística no solo de forma estática,

en un momento de tiempo determinado, sino que, en dos o más periodos de tiempo, conforme a la variación de la situación táctica del momento.

BIBLIOGRAFÍA

- Ambrosino, D., & Scutella, M. (2005). Distribution network design: New problems and related models. *European Journal of Operational Research*, 165(3), 610 - 625.
- Baldacci, R., Mingozzi, A., Roberti, R., & Wolfler Calvo, R. (2013). An exact algorithm for the two-echelon capacitated vehicle routing problem. *Operations Research*, 61(2), 298 - 314.
- Boccia, M., Crainic, T., Sforza, A., & Sterle, C. (2010). A metaheuristic for a two-echelon location-routing problem. *Experimental Algorithms: 9th International Symposium, SEA 2010* (pp. 288 - 301). Naples, Italy: Paola Festa.
- Boccia, M., Crainic, T., Sforza, A., & Sterle, C. (2011). *Location-routing models for designing a two-echelon freight distribution system*. Quebec, Canada: CIRRELT.
- Dantzig, G., Fulkerson, G., & Johnson, S. (1954). Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(4), 393 - 410.
- Dantzig, G., Fulkerson, R., & Johnson, S. (1959). On a linear-programming, combinatorial approach to the traveling-salesman problem. *Operations Research*, 7(1), 58 - 66.
- Desaulniers, G., Madsen, O., & Ropke, S. (2015). Chapter 5: The vehicle routing problem with time windows. In *Vehicle Routing* (pp. 119 - 159). SIAM.
- Jepsen, M., Spoorendonk, S., & Ropke, S. (2013). A branch-and-cut algorithm for the symmetric two-echelon capacitated vehicle routing problem. *Transportation Sciences*, 1, 23 - 37.
- Miller, C., Tucker, A., & Zemlin, R. (1960). Integer programming formulation of traveling salesman problem. *J. ACM*, 7(4), 326 - 329.
- Periboli, G., Tadei, R., & Vigo, D. (2011). The two-echelon capacitated vehicle routing problem: Models and math-based heuristics. *Transportation Sciences*, 45(3), 364 - 380.
- Perl, J., & Daskin, M. (1985). A warehouse location-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 19(5), 381 - 396.
- San Martín, L. (2020). Modelo de localización de instalaciones y distribución logística en el campo de batalla. *Boletín Científico - Tecnológico N°24*, 15 - 34.
- Semet, F., Toth, P., & Vigo, D. (2015). Chapter 2: Classical exact algorithm for the capacitated vehicle routing problem. In *Vehicle Routing* (pp. 37 - 57). SIAM.

Toyoglu, H., Karasan, O. E., & Kara, B. Y. (2011). Distribution network design on the battlefield. *Naval Research Logistics*, 58(3), 188 - 209.

Toyoglu, H., Karasan, O. E., & Kara, B. Y. (2012). A new formulation approach for location-routing problems. *Networks*, 12(4), 635 - 659.